

Matematikai műveletek a lábfülek bolygóján

Béres Zoltán, 2011. január 13.

Világúri kalandozásaink során eljutottunk a lábfülek bolygójára. A lábfülek nagyon barátságos lények. A velük való beszélgetések során kiderült, ismerik az egész számokat, és különböző műveleteket is végeznek velük. Az egyik ilyen érdekes műveletet $*$ -gal jelölik.

1. feladat: Találd ki, mi a szabálya a $*$ -gal jelölt műveletnek?

1.1. $3 * 5 = 9$;

1.3. $4 * (-7) = -2$

1.5. $2 * 0 = 3$.

1.2. $(-3) * 5 = 3$;

1.4. $(-4) * (-2) = -5$;

2. feladat: Számoljuk ki a következő lábfülek kifejezéseket:

2.1. $5 * 9 =$;

2.5. $3 * 7 =$;

2.9. $4 * (2 * 6) =$;

2.2. $(-3) * 7 =$;

2.6. $7 * 3 =$;

2.10. $(4 * 2) * 6 =$;

2.3. $8 * 8 =$;

2.7. $10 * 2 =$;

2.11. $5 * (8 * 1) =$;

2.4. $(-8) * (-8) =$;

2.8. $2 * 10 =$;

2.12. $(5 * 8) * 1 =$!

3. feladat: Figyeljük meg az előző feladat második oszlopának az eredményeit! Vajon igaz-e tetszőleges két egész a és b számra, hogy $a * b = b * a$? Válaszodat indokold!

4. feladat: Figyeljük meg az előző feladat harmadik oszlopának az eredményeit! Vajon igaz-e tetszőleges két egész a , b és c számra, hogy $(a * b) * c = a * (b * c)$? Válaszodat indokold!

5. feladat: A lábfülek bolygóján a mi bolygónkhoz hasonlóan már az általános iskolában tanítják az egyenletek megoldását. Te hogyan oldanád meg a következő egyenleteket?

5.1. $4 * x = 7$;

5.3. $(4 * x) * 5 = 2 * 7$;

5.5. $6 * x = x * (3 * 2)$.

5.2. $x * 9 = 4 * 8$;

5.4. $x * 5 = 7 * x$;

6. feladat: A lábfülek alkalmazzák a következő rövidítéseket:

$4 * 4 = 4^2$;

$4 * 4 * 4 = 4^3$;

$4 * 4 * 4 * 4 = 4^4$;

$4 * 4 * 4 * 4 * 4 = 4^5$; ...

Adj képletet az a^b alakú kifejezés kiszámítására, ha a egész szám, b pedig kettőnél nagyobb természetes szám!

7. feladat: Hogyan értelmeznéd a 3^0 kifejezést? És a 3^{-2} kifejezést?

8. feladat: Mely egyenletek igazak az alábbiak közül?

8.1. $3^2 * 4^2 = (3 * 4)^2$;

8.3. $4^2 * 4^3 = 4^{(2 * 3)}$;

8.2. $7^4 * 1^4 = (7 * 1)^4$;

8.4. $5^4 * 5^2 = 5^{(4 * 2)}$.

9. feladat: A mi összeadásunkban a 0-nak különleges szerepe van, mert $4 + 0 = 0 + 4 = 4$, vagy $10 + 0 = 0 + 10 = 10$. Van-e a 0-hoz hasonló szám a lábfülek $*$ műveletét tekintve? Válaszodat indokold!

10. feladat: Mivel $6 + (-6) = 0$, ezért a 6 és a -6 egymásnak ellentettje. Ugyanez a helyzet a 10 és a -10 számpárral. Vajon van-e a lábfüleknek a 6-nak vagy a 10-nek $*$ művelet szerinti ellentettje?

11. feladat: A lábfülek bolygóján az iskolában ugyanúgy 1-től 5-ig osztályoznak, mint nálunk. Az év végi osztályzatokat a lábfülek tanárok a tanév során megszerzett jegyek középértéke alapján adják a nálunk is megszokott kerekítés után. A középértéket úgy számolják ki, mint mi, csak éppen az összeadás helyett a $*$ műveletet használják. Hányast kap az év végén az a tanuló, akinek a következő jegyei vannak:

11.1. 3,3,3,3 ;

11.4. 5,5,5,5 ;

11.2. 5,3,4,4 ;

11.5. 1,4,1,1,2 ;

11.3. 5,4,5,5,5,5 ;

11.6. 1,1,1,1 .

12. feladat: Számoljuk ki a következő osztályzatok lábfüles átlagát:

12.1.	1 ;	12.4.	1,1,1,1 ;
12.2.	1,1 ;	12.5.	1,1,1,1,1 ;
12.3.	1,1,1 ;	12.6.	1,1,1,1,1,1 .

Vajon kaphat-e valaki annyi egyest, hogy végül hármásra zárják le év végén az osztályzatát?

13. feladat: A mi iskoláinkban a jegyek átlaga 1 és 5 között mozog. Vajon hogyan alakulhatnak az átlagok a lábfülesek iskoláiban?

Intergalaktikus Olimpiai Játékok

Béres Zoltán, 2011. január 13.

A világűrben barangolva sokféle értelmes lényre bukkantunk. Mivel a játékoság az összes általunk megismert lényre jellemző, ezért felmerült a játékos vetélkedés gondolata. De vajon mit tudnánk közösen játszani? A sportok közül a legtöbb nem jöhetett szóba az eltérő fizikai adottságaink miatt. Így egyetlen lehetőségként maradt, hogy logikai játékokban mérjük össze az erőnket.

1. játék: Adott egy tábla, amely 20 szomszédos mezőből áll egy sorban. A bal szélső négyzeten egy bábú áll. Két játékos felváltva mozgatja a bábút úgy, hogy vagy egy, vagy két mezővel viszi jobbra. Az győz, aki a jobb szélső mezőbe lép a bábúval. Kinek van nyerő stratégiája: a kezdő játékosnak vagy az ellenfelének?

Változatok:

- Az veszít, aki a jobb szélső mezőbe lép a bábúval;
- A bábúval egy lépésben 1,2 vagy 3 mezőt lehet jobbra lépni.
- A bábúval egy lépésben 2 vagy 3 mezőt lehet jobbra lépni.

2. játék: Adott egy sakktábla. A bal felső mezőn egy bábú áll. Két játékos felváltva mozgatja a bábút úgy, hogy egy lépésben vagy csak jobbra, vagy csak lefelé lehet elmozdítani a bábút legfeljebb a tábla széléig. Az győz, aki a jobb alsó sarokba lép a bábúval. Kinek van nyerő stratégiája: a kezdő játékosnak vagy az ellenfelének?

Változatok:

- Az veszít, aki a jobb alsó sarokba lép a bábúval.
- Hogyan függ a stratégia a tábla alakjától?

3. játék: Két játékos közül az egyik mond egy egyjegyű számot. Ezután a másik játékos megszorozza kettővel vagy hárommal. Az így kapott számot ismét az első játékos szorozza meg kettővel vagy hárommal, és így tovább. Az győz, aki először kap 100-at vagy ennél nagyobb számot. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

4. játék: Két játékos felváltva pénzérméket helyez egy téglalap alakú asztalra. A pénzérméket nem szabad egymásra tenni. Az veszít, aki nem tud több érmét az asztalra tenni. Kinek van nyerő stratégiája? Hogyan függ a válasz az asztal alakjától?

5. játék: 10 ceruza van az asztalon egy sorban. Két játékos felváltva vesz el a ceruzákból egyet vagy két szomszédosat. Az győz, aki az utolsót veszi el. Kinek van nyerő stratégiája? Hogyan függ a válasz a ceruzák számától?

6. játék: 10 pénzérme van az asztalon körbe elhelyezve. Két játékos felváltva vesz el az érmékből egyet vagy két szomszédosat. Az győz, aki az utolsót veszi el. Kinek van nyerő stratégiája? Hogyan függ a válasz az érmék számától?