

Kombinatorikus geometria

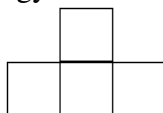
Összeállította: Béres Zoltán

2010.IX.25.

A geometriának ez a viszonylag új ága az alakzatok olyan tulajdonságával foglalkozik, amelyek a részek megszámlálásával, ill. az elhelyezkedésük meghatározásával kapcsolatos. (...) A tárgykörhöz szokták sorolni az átdarabolással, lefedéssel, mértékek becslésével, illeszkedésekkel kapcsolatos problémákat. (Hortobágyi István)

Feladatok:

1. Adott az ABCD téglalap az $A(0;0)$, $B(50;0)$, $C(50;53)$ és $D(0;53)$. Határozzuk meg azoknak a rombuszoknak a számát, amelyek csúcspontjai az ABCD téglalap belsejében vagy határán vannak, valamennyi csúcsa rácspont és az átlók a téglalap oldalaival párhuzamosak?
2. Egy 8 vízszintes és 8 függőleges huzalból álló drótkerítés rácspontjaiban 7 hangya ül: A2, B1, C1, D5, E8, H2, H6. (A koordináták jelölése a sakktábla mezőinek jelöléséhez hasonlóan történik.) Hol találkozzanak a hangyák, hogy együttvéve a legkevesebb utat kelljen mászniuk?
3. Egy bolha a koordináta-rendszer rácspontjain ugrál, mindig a szomszédos rácspontra. Hány különböző helyen lehet 100 ugrás után, ha tudjuk, hogy most az origóban van?
4. Adott a síkon 10 pont úgy, hogy semelyik 3 nincs egy egyenesen. Összekötünk minden pontpárt egy-egy szakasszal. Legfeljebb hány összekötő szakaszt metszhetünk egy olyan egyenessel, amelyre az adott pontok egyike sem illeszkedik.
5. Egy négyzet alapú tortát 3 vágással daraboljunk fel úgy, hogy akár 3, akár 4 gyerek között is egyenlően elosztható legyen!
6. Léteznek-e olyan téglalapok, amelyeknek oldalhosszai természetes számok, és amelyeknek a területe és a kerülete egyenlő?
7. Egy háromszög minden oldalának mértékszáma egész. Mekkora lehetnek az oldalai, ha összegük 200, továbbá a legnagyobb oldal 5-szöröse és a másik két oldal háromszoros összege közötti különbség 120-szal nagyobb, mint a legkisebb oldal négyszerese?
8. Összeállítható-e egy 2010×2010 -es négyzet az ábrán látható T alakból?



9. Helyezzünk el egy kör kerületén n (>2) pontot, és számozzuk meg ezeket tetszőleges sorrendben az 1-től n -ig terjedő sorszámokkal! Azt mondjuk, hogy két pont, A és B összeköthető, ha nem szomszédos, továbbá A és B pontokat összekötő körívek közül legalább az egyiken csak olyan pontok helyezkednek el, amelyek sorszáma A sorszámánál és B sorszámánál is kisebb. Igazoljuk, hogy az összeköthető pontpárok száma $n - 3$!

Felhasznált irodalom:

- ❑ Erdős Gábor: Nemzetközi Kenguru Matematika Verseny – A 2003. évi verseny feladatai és megoldásai, Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány, Nagykanizsa, 2004
- ❑ Középiskolai matematikai versenyek 1985–1987, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989
- ❑ Matematikai versenytesztek – a Zrínyi Ilona matematikaverseny feladatai és megoldásai '99, Mozaik Kiadó, Szeged, 2002
- ❑ Scharnitzky Viktor: Egyetemi felvételi feladatok matematikából 1966–1985, Tankönyvkiadó, Budapest, 1992