

# Matematikai műveletek a lábfülek bolygóján

Béres Zoltán, 2009. január 13.

Világúri kalandozásaink során eljutottunk a lábfülek bolygójára. A lábfülek nagyon barátságos lények. A velük való beszélgetések során kiderült, ismerik az egész számokat, és különböző műveleteket is végeznek velük. Az egyik ilyen érdekes műveletet  $*$ -gal jelölik.

1. feladat: Találd ki, mi a szabálya a  $*$ -gal jelölt műveletnek?

|      |                 |      |                     |      |              |
|------|-----------------|------|---------------------|------|--------------|
| 1.1. | $3 * 5 = 9;$    | 1.3. | $4 * (-7) = -2$     | 1.5. | $2 * 0 = 3.$ |
| 1.2. | $(-3) * 5 = 3;$ | 1.4. | $(-4) * (-2) = -5;$ |      |              |

2. feladat: Számoljuk ki a következő lábfülek kifejezéseket:

|      |                   |      |              |       |                   |
|------|-------------------|------|--------------|-------|-------------------|
| 2.1. | $5 * 9 = ;$       | 2.5. | $3 * 7 = ;$  | 2.9.  | $4 * (2 * 6) = ;$ |
| 2.2. | $(-3) * 7 = ;$    | 2.6. | $7 * 3 = ;$  | 2.10. | $(4 * 2) * 6 = ;$ |
| 2.3. | $8 * 8 = ;$       | 2.7. | $10 * 2 = ;$ | 2.11. | $5 * (8 * 1) = ;$ |
| 2.4. | $(-8) * (-8) = ;$ | 2.8. | $2 * 10 = ;$ | 2.12. | $(5 * 8) * 1 = !$ |

3. feladat: Figyeljük meg az előző feladat második oszlopának az eredményeit! Vajon igaz-e tetszőleges két egész  $a$  és  $b$  számra, hogy  $a * b = b * a$  ? Válaszodat indokold!

4. feladat: Figyeljük meg az előző feladat harmadik oszlopának az eredményeit! Vajon igaz-e tetszőleges két egész  $a$ ,  $b$  és  $c$  számra, hogy  $(a * b) * c = a * (b * c)$  ? Válaszodat indokold!

5. feladat: A lábfülek bolygóján a mi bolygónkhoz hasonlóan már az általános iskolában tanítják az egyenletek megoldását. Te hogyan oldanád meg a következő egyenleteket?

|      |                   |      |                         |      |                        |
|------|-------------------|------|-------------------------|------|------------------------|
| 5.1. | $4 * x = 7 ;$     | 5.3. | $(4 * x) * 5 = 2 * 7 ;$ | 5.5. | $6 * x = x * (3 * 2).$ |
| 5.2. | $x * 9 = 4 * 8 ;$ | 5.4. | $x * 5 = 7 * x ;$       |      |                        |

6. feladat: A lábfülek alkalmazták a következő rövidítéseket:

$$4 * 4 = 4^2 ; \quad 4 * 4 * 4 = 4^3 ; \quad 4 * 4 * 4 * 4 = 4^4 ; \quad 4 * 4 * 4 * 4 * 4 = 4^5 ; \dots$$

Adj képletet az  $a^b$  alakú kifejezés kiszámítására, ha  $a$  egész szám,  $b$  pedig kettőnél nagyobb természetes szám!

7. feladat: Hogyan értelmeznéd a  $3^0$  kifejezést? És a  $3^{-2}$  kifejezést?

8. feladat: Mely egyenletek igazak az alábbiak közül?

|      |                           |      |                             |
|------|---------------------------|------|-----------------------------|
| 8.1. | $3^2 * 4^2 = (3 * 4)^2 ;$ | 8.3. | $4^2 * 4^3 = 4^{(2 * 3)} ;$ |
| 8.2. | $7^4 * 1^4 = (7 * 1)^4 ;$ | 8.4. | $5^4 * 5^2 = 5^{(4 * 2)} .$ |

9. feladat: A mi összeadásunkban a 0-nak különleges szerepe van, mert  $4 + 0 = 0 + 4 = 4$ , vagy  $10 + 0 = 0 + 10 = 10$ . Van-e a 0-hoz hasonló szám a lábfülek  $*$  műveletét tekintve? Válaszodat indokold!

10. feladat: Mivel  $6 + (-6) = 0$ , ezért a 6 és a  $-6$  egymásnak ellentettje. Ugyanez a helyzet a 10 és a  $-10$  számpárral. Vajon van-e a lábfülekénél a 6-nak vagy a 10-nek  $*$  művelet szerinti ellentettje?

11. feladat: A lábfülesek bolygóján az iskolában ugyanúgy 1-től 5-ig osztályoznak, mint nálunk. Az év végi osztályzatokat a lábfüles tanárok a tanév során megszerzett jegyek középértéke alapján adják a nálunk is megszokott kerekítés után. A középértéket úgy számolják ki, mint mi, csak éppen az összeadás helyett a  $*$  műveletet használják. Hányast kap az év végén az a tanuló, akinek a következő jegyei vannak:

11.1. 3,3,3,3 ;

11.2. 5,3,4,4 ;

11.3. 5,4,5,5,5,5 ;

11.4. 5,5,5,5 ;

11.5. 1,4,1,1,2 ;

11.6. 1,1,1,1 .

12. feladat: Számoljuk ki a következő osztályzatok lábfüles átlagát:

12.1. 1 ;

12.2. 1,1 ;

12.3. 1,1,1 ;

12.4. 1,1,1,1 ;

12.5. 1,1,1,1,1 ;

12.6. 1,1,1,1,1,1 .

Vajon kaphat-e valaki annyi egyest, hogy végül hármásra zárják le év végén az osztályzatát?

13. feladat: A mi iskoláinkban a jegyek átlaga 1 és 5 között mozog. Vajon hogyan alakulhatnak az átlagok a lábfülesek iskoláiban?