

A háromszög nevezetes vonalai, pontjai I.

Súlyvonallal, súlyponttal kapcsolatos feladatok

Összeállította: Béres Zoltán

1. Bizonyítsuk be, hogy derékszögű háromszög esetén $s_a^2 + s_b^2 = \frac{5}{4}c^2$, ahol s_a és s_b súlyvonalak, c az átfogó. [3, 42.old.]
2. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög AB átfogója fölé félkört rajzolunk. A háromszög A csúcsából kiinduló súlyvonal messe a félkört a D pontban. Bizonyítsuk be, hogy $AD=3 BD$! [5, 45.old]
3. Az ABC háromszögben meghúzzuk a CC_1 súlyvonalat, ennek felezőpontja D . Az AD egyenes BC -t E -ben metszi. Legyen az ABC háromszög területe t területegység. Fejezzük ki t -vel a keletkezett ACD , AC_1D , CDE és BC_1DE síkidomok területét! [1, 150.old.]
4. Lehet-e egy ABC háromszöget az A , illetve B csúcsán átmenő 1-1 egyenessel 4 egyenlő területű részre osztani? [2, 21.old.]
5. Legyen P az ABC háromszög AB oldalának tetszőleges belső pontja. A P ponton átmenő és a C -ből induló súlyvonallal párhuzamos egyenes az AC egyenest az M , a CB egyenest az N pontban metszi. Igazolja, hogy a $PN+PM$ összeg állandó! [5, 47.old.]
6. Igazoljuk, hogy bármely háromszögnek van olyan S belső pontja, amely tetszőleges rajta áthaladó egyenesnek a háromszögbe eső részeit úgy osztja két részre, hogy egyik rész sem hosszabb a másik kétszeresénél! [1, 150.old.]
7. Legyen P az ABC háromszög síkjának a háromszögon kívüli tetszőleges pontja, mely nem illeszkedik e háromszög egyik oldalegyenesére sem. Jelölje S_1 , S_2 , S_3 az ABP , BCP , ACP háromszögek súlypontját. Bizonyítsuk be, hogy az $S_1S_2S_3$ háromszög területe független a P pont választásától! [4, 38.old.]

Felhasznált irodalom:

1. Középiskolai matematikai versenyek 1977–1979, (szerk.: Bakos Tibor), Tankönyvkiadó, Budapest, 1981
2. Erdős Gábor: Nemzetközi Kenguru Matematika Verseny 2002, Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány, 2003
3. Fodor J., Horváth A., Rábai I., Székely J.: Matematika feladatok [...] felvételi vizsgára készülőők számára, Tankönyvkiadó, Budapest
4. Gerőcs László: Matematika, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1992
5. Scharnitzky Viktor: Egyetemi felvételi feladatok matematikából 1966–1985, Tankönyvkiadó, Budapest, 1992

Ez a feladatsor letölthető a www.math.u-szeged.hu/~beres honlapról.