

Kombinatorikus geometria

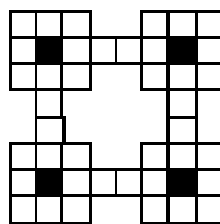
Összeállította: Béres Zoltán

A geometriának ez a viszonylag új ága az alakzatok olyan tulajdonságával foglalkozik, amelyek a részek megszámlálásával, ill. az elhelyezkedésük meghatározásával kapcsolatos. (...) A tárgykörhöz szokták sorolni az átdarabolással, lefedéssel, mértékek becslésével, illeszkedésekkel kapcsolatos problémákat. (Hortobágyi István)

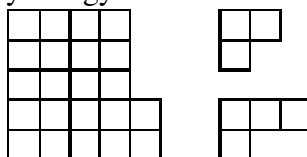
Feladatok:

1. Hány olyan négyzet van, amelynek csúcsai egy 4×4 -es pontrács pontjai közül valók?
2. Hány olyan nem egybevágó konkáv négyszög van, amelynek csúcsai egy 3×3 -as pontrács pontjai közül kerülnek ki (az egybevágóakat nem tekintjük különböző megoldásnak)?
3. Egy 3×3 -as pontrács pontjai által meghatározott háromszögek között hány hegyesszögű, hány derékszögű és hány tompaszögű van?
4. Egy téglatest egyik lapjának minden csúcsát összekötjük a vele szemben lévő lap minden csúcsával, majd az így kapott szakaszokat megfigyeljük. Hány különböző felezőpont keletkezett.
5. Adott az ABCD téglalap az $A(0;0)$, $B(50;0)$, $C(50;53)$ és $D(0;53)$. Határozzuk meg azoknak a rombuszoknak a számát, amelyek csúcsai az ABCD téglalap belsejében vagy határán vannak, valamennyi csúcsa rácspont és az átlók a téglalap oldalával párhuzamosak?
6. Egy 8 vízszintes és 8 függőleges huzalból álló drótkerítés rácspontjaiban 7 hangya ül: B1, C2, D3, E4, F5, G6, H7. (A koordináták jelölése a sakktábla mezőinek jelöléséhez hasonlóan történik.) Hol találkozhatnak a hangyák, hogy együttvéve a legkevesebb utat kelljen mászniuk?
7. Egy bolha a koordináta-rendszer rácspontjain ugrál, mindig a szomszédos rácspontra. Hány különböző helyen lehet 100 ugrás után, ha tudjuk, hogy most az origóban van?
8. Ha egy kocka összes élét vektorokká alakítjuk, majd az így kapott 12 vektort összeadjuk, hányféle eredményt kaphatunk?
9. Rajzoljunk 6 pontot, és mindegyiket kössük össze szakaszokkal úgy, hogy a szakaszok ne keresztezzék egymást, és minden pontból pontosan
 - a. 3 szakasz induljon;
 - b. 4 szakasz induljon!
10. Helyezzünk el
 - a. 6 pontot 3 egyenesen, mindegyiken 3-at;
 - b. 9 pontot 8 egyenesen, mindegyiken 3-at;
 - c. 9 pontot 10 egyenesen, mindegyiken 4-at;
 - d. 13 pontot 12 egyenesen, mindegyiken 3-at!
11. Adott a síkon 10 pont úgy, hogy semelyik 3 nincs egy egyenesen. Összekötünk minden pontpárt egy-egy szakasszal. Legfeljebb hány összekötő szakaszt metszhetünk egy olyan egyenessel, amelyre az adott pontok egyike sem illeszkedik.
12. Osszuk fel egy általános háromszöget 4 egyenlő szárú háromszögre!
13. Egy négyzet alapú tortát 3 vágással daraboljunk fel úgy, hogy akár 3, akár 4 gyerek között is egyenlően elosztható legyen!
14. Legfeljebb hány részre osztja a síkot
 - a. egy háromszög és egy négyszög;
 - b. egy háromszög és egy ötszög;
 - c. két négyszög;
 - d. egy négyszög és egy ötszög?

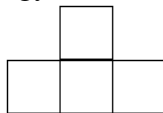
15. Egy játék táblája 4×4 négyzetből áll. A táblára húzhatunk egy egyenes vonalat. Legfeljebb hány négyzetet vágott ketté ez az egyenes?
16. Mikinek 42 egyforma kis kockája van, melyeknek minden éle 1 cm. Az összes kocka felhasználásával egy olyan téglatestet épített, melynek 18 cm kerületű az alapja. Hány cm lehet a magassága?
17. Egy háromszög minden oldalának mérőszáma egész szám, két oldalának hossza 5, illetve 13 egység. Hányféle értéket vehet fel a harmadik oldal?
18. Hányféleképpen adható meg egy háromszög harmadik oldala, ha két oldala 3 cm és 5 cm, kerülete pedig centiméterben mérve 3-mal osztható egész szám?
19. Az ABCD paralelogramma oldalai centiméterben mérve egész számok. A paralelogramma hosszabbik oldalpárja $AB=CD=12$ cm, az A-ból is a B-ből induló szögfelezők négyyszögön kívül metszik egymást. Hány különböző értéket vehet föl a paralelogramma rövidebb oldalának hossza?
20. Hány olyan egyenlő szárú háromszög van, melynek leghosszabb oldala 1995 egység, s az oldalhosszak egész számok?
21. Léteznek-e olyan téglalapok, amelyeknek oldalhosszai természetes számok, és amelyeknek a területe és a kerülete egyenlő?
22. Egy háromszög minden oldalának mértékszámát egész. Mekkora lehetnek az oldalai, ha összegük 200, továbbá a legnagyobb oldal 5-szöröse és a másik két oldal háromszoros összege közötti különbség 120-szal nagyobb, mint a legkisebb oldal négyszerese?
23. Hányféleképpen lehet hézagmentesen, átfedés nélkül lefedni a fehér mezőket 20 darab 1×2 -es dominóval? (A forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető lefedéseket tekintsük különbözőnek.)



24. Karcsi az ábrán látható bal oldali síkidomot a jobb oldali 3 és 4 négyzetből álló részekre szeretné felosztani. Legalább hány 3 négyzetből álló alakzatot kell ehhez rajzolni?



25. Összeállítható-e egy 1986×1986 -os négyzet az ábrán látható T alakból?



Felhasznált irodalom:

1. Erdős Gábor: Nemzetközi Kenguru Matematika Verseny – A 2003. évi verseny feladatai és megoldásai, Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány, Nagykanizsa, 2004
2. Középiskolai matematikai versenyek 1985–1987, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989
3. Lovász László – Vesztergombi Katalin – Pelikán József: Kombinatorika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1970
4. Matematikai versenytesztek – a Zrínyi Ilona matematikaverseny feladatai és megoldásai '91–93, Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged, 1994

5. Matematikai versenyesztek – a Zrínyi Ilona matematikaverseny feladatai és megoldásai '99, Mozaik Kiadó, Szeged, 2002
6. Scharnitzky Viktor: Egyetemi felvételi feladatok matematikából 1966–1985, Tankönyvkiadó, Budapest, 1992
7. Ujvári István: A gondolkodás alapiskolája – Kreativitásfejlesztés matematikai feladatcsaládokkal, Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő, Vác, 1994
8. Ujvári István: Számválaszos feladatok, Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő, Vác, 2000

A feladatok származási helye:

a feladat sorszáma ebben a feladatsorban	a könyv száma a Felhasznált irodalomban	oldalszám a könyvben	feladatszám a könyvben
1.	8	125	5
2.	8	108	11
3.	8	109	11
4.	4	98	25
5.	2	32	147
6.	5	43	16
7.	2	19	75
8.	1	27	28
9.	8	93	9
10.	7	44	
11.	1	16	20
12.	8	30	8
13.	8	30	9
14.	–	–	–
15.	1	11	13
16.	1	13	13
17.	1	15	24
18.	4	25	26
19.	5	48	26
20.	8	98	C
21.	6	77	480
22.	2	17	56
23.	1	24	8
24.	1	15	25
25.	2	19	76

Feldolgozásra váró feladatok:

a feladat sorszáma ebben a feladatsorban	a könyv száma a Felhasznált irodalomban	oldalszám a könyvben	feladatszám a könyvben
26.	1	26	19
27.	6	79	492
28.	2	16	51

29.	3	50	1
30.	8	103	1
31.	2	402	1986.6
32.	5	46	14
33.	5	42	7
34.	8	103	8
35.	7	26	10.3
36.	5	42	10
37.	8	45	