

Gyakorló feladatok: Lineáris egyenletrendszerek

1. Ha Anna és Bea áll a mérlegre, akkor az 93 kg-ot mutat, ha Anna és Csilla, akkor 95 kg-ot, ha mindhárman a mérlegre állnak, akkor 138 kg-ot. Hány kilogramm a három lány külön-külön?
2. A könyvespolcon 12 híján nyolcszor annyi könyv van, mint az íróasztalon, a könyvszekrényben négyszer annyi, mint a könyvespolcon. Hány könyv van az íróasztalon, ha összesen 760 könyv van?
3. Két hajón az utasok létszámának az aránya 5 : 3. Ha a második hajóról leszállna 16 utas, és az első hajóról átszállna 24 utas a másodikra, akkor az utasok létszámának aránya 3 : 5 lenne. Hány utas van az egyes hajókon?
4. Marci és Nándi bélyeget gyűjt. Marcinak 45-tel több bélyege van, mint Nándinak. Ha Marci átadna 15 bélyeget Nándinak, akkor Marci bélyegeinek a $\frac{3}{4}$ része ugyanannyi darab lenne, mint Nándi bélyegeinek a $\frac{4}{5}$ -e. Hány bélyege van Nándinak?
5. Anna, Béla és Cili zsebpénzének aránya $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{4}{5}$. Hány dinárjuk van külön-külön, ha Bea és Anna pénzének a különbsége 6 dinárral több Cili és Bea pénzének különbségénél?
6. Egy kétjegyű szám egyik számjegye kétszerese a másiknak. Ha a számjegyeit fölcseréljük, akkor az eredetihez képest feleakkora számot kapunk. Melyik ez a szám?
7. Egy kétjegyű szám egyik számjegye háromszor akkora, mint a másik. Ha a számjegyeket fölcseréljük, akkor az új szám az eredeti kétszeresénél 10-zel nagyobb lesz. Melyik ez a szám?
8. Egy üres kád csupán a melegvízcsapból 20 perc alatt, csak a hidegvízcsapból 25 perc alatt telik meg vízzel. Mennyi idő alatt telt meg a kád, ha a melegvízcsap 4 perccel tovább volt nyitva, mint a hidegvízcsap?
9. Egy úszómedencét négy csapon keresztül lehet föltölteni. Az első, a második és a negyedik csap együtt 2 nap alatt, az első, a harmadik és a negyedik együtt 2,5 nap alatt, a második és a harmadik együtt 4 nap alatt tölti tele a medencét. Mennyi ideig tartana a medence föltöltése, ha csak a második csapot nyitnánk meg?
10. Ha Anna és Bea együtt fejtenék a meggyet, akkor 4 óra 48 perc alatt fejeznék be a munkát. A két lány egyszerre kezdett dolgozni, de Annának 3 óra hossza múlva más elfoglaltság miatt ott kellett hagynia Beát, aki egyedül dolgozva 3 óra alatt kifejtette az összes meggyet. Mennyi idő alatt végzett volna a munkával Bea, ha teljesen elejétől fogva teljesen egyedül dolgozik?
11. Ha egy számot maradékosan elosztunk 7-tel, akkor 5 a maradék, ha 5-tel osztunk, akkor 57-tel nagyobb a hányados, mint az előbb, és a maradék 4. Melyik ez a szám?
12. Öt barát, akik egyforma teljesítménnyel dolgoznak, elvállalnak egy munkát. Két nap múlva egyikük megbetegszik, ezért a többieknek a tervezettnél 3 nappal tovább tart a munka. Hány nap alatt lettek készek a munkával?

Megoldások

$$a + b = 93$$

1. Az egyenletrendszer: $a + c = 95$. Megoldás: 50 kg, 43 kg, 45 kg.

$$\underline{a + b + c = 138}$$

$$8i = 12 + p$$

2. Az egyenletrendszer: $s = 4p$. Megoldás: $i = 20$.

$$\underline{s + p + i = 760}$$

$$a : b = 5 : 3$$

3. Az egyenletrendszer: $(a - 24) : (b - 16 + 24) = 3 : 5$. Megoldás: 45 és 27.

$$\underline{(a - 24) : (b - 16 + 24) = 3 : 5}$$

$$m = n + 45$$

4. Az egyenletrendszer: $\frac{3}{4}(m - 15) = \frac{4}{5}(n + 15)$. Megoldás: $n = 210$

$$\underline{\frac{3}{4}(m - 15) = \frac{4}{5}(n + 15)}$$

$$a : b = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$$

5. Az egyenletrendszer: $b : c = \frac{3}{4} : \frac{4}{5}$. Megoldás: 120 din, 135 din és 144 din.

$$\underline{b - a = c - b + 6}$$

6. Mivel nem tudjuk, hogy melyik számjegy kétszerese a másiknak, így két egyenletrendszert írhatunk föl: a)

$$a = 2b$$

$$2a = b$$

b) $\underline{2(10b + a) = 10a + b}$; $\underline{2(10b + a) = 10a + b}$. Mivel mindkét egyenletrendszer megoldása a (0;0), ezért nem létezik ilyen kétjegyű szám.

7. Mivel a számjegyek fölcserélésével nagyobb számot kapunk, ezért a második számjegy biztosan nagyobb az elsőnél. Az egyenletrendszer:

$$3a = b$$

$\underline{10b + a - 10 = 2(10a + b)}$. A keresett szám a 26.

8. Egyenlet: $(x - 4) \cdot \frac{1}{20} + x \cdot \frac{1}{25} = 1$. Megoldás: 13 perc 20 másodperc. (Ez nem egyenletrendszerrel lett megoldva, de idekíváncsoztam!)

$$a_1 + a_2 + a_4 = \frac{1}{2}$$

9. Az egyenletrendszer: $a_1 + a_3 + a_4 = \frac{1}{2,5}$. Ha az első egyenlet mindkét oldalából kivonjuk a

$$\underline{a_2 + a_3 = \frac{1}{4}}$$

második egyenlet megfelelő oldalait, akkor kapjuk, hogy: $a_2 - a_3 = \frac{3}{10}$. Ha ehhez hozzáadjuk a

harmadik egyenletet, akkor $2a_2 = \frac{11}{20}$ adódik, ahonnan $\frac{40}{11}a_2 = 1$ adódik, vagy $3\frac{9}{11}$ nap alatt töltődne föl a medence, ha csak a második csap lenne nyitva.

10. Az egyenletrendszer: $\begin{array}{l} 4,8a + 4,8b = 1 \\ 3a + 6b = 1 \end{array}$. Megoldás: $b = \frac{1}{8}$, vagyis Beának egyedül dolgozva 8 órára van szüksége.

11. Az egyenletrendszer: $\begin{array}{l} a = 7b + 5 \\ a = 5(b + 57) + 4 \end{array}$. Megoldás: A keresett szám a 994.

12. Jelöljük a -val egy személy napi teljesítményét, és legyen x a keresett szám. Az egyenletrendszer: $\begin{array}{l} (x-3) \cdot 5a = 1 \\ 2 \cdot 5a + (x-2) \cdot 4a = 1 \end{array}$. A megoldás: $x = 17$ nap.