

Vene T. Bogoslavov: Megoldott feladatok gyűjteménye 4.

1334.–1368. feladatok

Fordítás a Vene T. Bogoslavov Zbirka rešenih zadataka iz matematike 4 című feladatgyűjteményből

Fordították: Horvát Tamás, Kopasz Tamás, Lengyel Ferenc, Nagygyörgy Kristóf (2011)

Lektorálta: Béres Zoltán

1334. Az A és B tetszőleges eseményekre érvényesek de Morgan szabályai:

$$\text{a) } \overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}; \quad \text{b) } \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}.$$

Bizonyítsuk.

1335. Kizárják-e egymást az A és az $\overline{A+B}$ események?

1336. Bizonyítsuk be, hogy az

$$\text{a) } A \text{ és } \overline{A}; \quad \text{b) } A, A \cdot B \text{ és } \overline{A+B}$$

események teljes eseményrendszert alkotnak.

1337. Adott három esemény: A , B és C . Műveleti jelek segítségével határozzuk meg a következő eseményeket:

- a) bekövetkezett az A esemény és nem következett be a B és C esemény;
- b) bekövetkezett mind a három esemény;
- c) nem következett be egyik esemény sem;
- d) legalább egy esemény bekövetkezett az adott eseményekből;
- e) bekövetkezett egy és csak egy esemény az adott eseményekből;
- f) nem több mint két esemény következett be.

1338. Határozzuk meg az X véletlen eseményt az $\overline{X+A} + \overline{X+A} = B$ egyenlőségből.

1339. Írjuk föl egyszerűbben az alábbi összetett eseményeket:

- a) $(B+C)(B+\overline{C})(B+C)$;
- b) $(A+B)(A+\overline{B})$;
- c) $(A+B)B + A(AB)$.

1340. Határozzuk meg az alábbi kísérletek teljes eseményrendszerét:

- a) egy dinár feldobása;
- b) két egydináros feldobása;
- c) kocka és egy dinár (fel)dobása;
- e) két kocka dobása;
- f) három kocka dobása.

1341. Határozzuk meg a valószínűségét, hogy két dobókockával összesen 8-at dobunk.

1342. Egy urnában 3 fehér, 7 piros és 8 színtelen golyó van. A golyók geometriai alakzata és fizikai-kémiai tulajdonságai teljesen egyformák. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy két golyó egyidejű kihúzása esetén 1 fehér és 1 piros golyót húzunk.

1343. Az első 4000 természetes szám között 551 prímszám van. Határozzuk meg egy prímszám megjelenésének valószínűségét.

1344. 1000 megszületett gyerek között 512 fiú gyerek van. Határozzuk meg egy fiú gyerek születésének a valószínűségét.

1345. Határozzuk meg a valószínűségét annak, hogy egy dobókockával páros számot dobunk.

1346. Egy urnában 12 fehér, 23 piros és 27 fekete golyó van. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a kihúzott golyó piros lesz, ha minden lehetőség egyformán valószínű.

1347. Egy írástudatlan gyerek a következő betűkből alkot szót: a, a, a, e, i, k, m, m, t, t. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a megalkotott szó a „matematika”.

1348. Egy automata egy óra alatt elkészített 500 munkadarabot, melyek közül 8 hibás volt. Határozzuk meg a hibás munkadarabok megjelenésének valószínűségét.

1349. Az írógép billentyűzetén 48 jel található. Határozzuk meg a valószínűségét, hogy egy találmásra begépelt jel a 9-es lesz.

1350. Egy tálban 80 cédula található. A cédulák meg vannak számozva 1-től 80-ig. Kihúzzunk egy cédulát:

a) Határozzuk meg a valószínűségét, hogy olyan cédulát húzzunk ki, amelyen a szám 45-nél nem kisebb;

b) Határozzuk meg a valószínűségét, hogy olyan cédulát húzzunk ki, amelyen a szám osztható 3-mal.

1351. Egy tálban 5 egyforma kocka található. Mindegyik kocka mindegyik oldalán a következő betűk valamelyike található: o, p, r, s, t. A kockákat egyesével kihúzzuk és egy sorba rakjuk, egymás mellé. Mi a valószínűsége, hogy a kockák tetején a betűk a „sport” szót írják ki.

1352. Egy telefonszám hat számjegyből áll. Ha feltételezzük, hogy a telefonszámok 000 000 és 999 999 között vannak, mi a valószínűsége, hogy egy általunk kiválasztott tetszőleges szám mindegyik számjegye különböző lesz?

1353. Tíz cédulára a következő betűk vannak felírva: a, b, l, e, i, o, p, r, h. A cédulákat véletlenszerűen egymás mellé tesszük. Mi a valószínűsége, hogy ekkor a „hiperbola” szót olvashatjuk ki?

1354. Egy zsákban 12 fehér és 8 fekete labda található. Egyszerre két labdát húzzunk ki. Mi a valószínűsége, hogy mindkét kihúzott labda fekete lesz?

1355. A szóbeli vizsgán 25 cédula van, mindegyiken két kérdés található. A vizsgázó 45 kérdésre tudja a választ. Mi a valószínűsége, hogy a vizsgázó olyan cédulát húz ki, amelynek mindkét kérdésére tudja a választ?

1356. Hat lövész 10 tárgyra lő. Ha mindegyik lövész a saját maga által kiválasztott tárgyra lő, mi a valószínűsége annak, hogy mindannyian különböző tárgyra lőnek?

1357. Két kockával dobunk. Legyen a $P(A)$ annak a valószínűsége, hogy a gurítással kapott számok összege 7, a $P(B)$ valószínűség, hogy a kapott két szám összege 9. Mekkora ezeknek a valószínűségeknek az aránya?

1358. Egy szerencsejátékban 200 000 sorsjegy van, és ebből 50 sorsjeggyel lehet nyerni egyenként 3000 dinárt. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy egy sorsjegy 3000 dinárt nyer, ha minden lehetőségnek egyforma a valószínűsége.

1359. Egy szerencsejátékon 10 000 sorsjegyből 150-nel lehet tárgy-, és 50-nel lehet pénzdíjat nyerni. Határozzuk meg egy sorsjegy nyerési esélyét (tekintet nélkül arra, hogy tárgy vagy pénznyeremény).

1360. Radovan, Iván, Péter, Milka, Dragana és Mirjana mozijegyeket vettek. Ha a vásárolt jegyek egy sorba szólnak, és ha találmásra osztották el egymás között, akkor mekkora valószínűséggel ülnek le a moziban balról jobbra a következő sorrendben: Péter, Mirjana, Radovan, Milka, Dragana és Iván?

1361. Egy gyárban a nap folyamán n darab azonos típusú terméket gyártanak le. Az ellenőr tetszőlegesen kiválaszt m tárgyat, amelyeket átvizsgál. Ha közülük akár csak egy is hibás, akkor mindet pótellenőrzés alá vetik. Mekkora valószínűséggel fogadják el a napi termelést, ha aznap k hibás termék volt?

1362. a számú első típusú elemből és b számú második típusú elemből tetszőlegesen kiválasztunk m elemet. Határozzuk meg a valószínűségét annak, hogy a kiválasztott elemekből p elem tartozik az első és q elem tartozik a második típusba, ha minden kombinációnak ugyanannyi a valószínűsége.

1363. A 32 kártyából 10 kártyát kap a játékos. Határozzuk meg, hogy mekkora valószínűséggel kap 2 pikket, 4 treffet, 3 kárót és 1 kőt.

1364. Egy urnában 5 fehér és 7 piros golyó van. Véletlenszerűen kiveszünk 8 golyót. Határozzuk meg, mekkora valószínűséggel veszünk ki 2 fehér és 6 piros golyót.

1365. Egy személy elfelejtette egy telefonszám utolsó két számjegyét és csak arra emlékezett, hogy a két szám különböző. Határozzuk meg, mekkora valószínűséggel találja el a hiányzó számokat.

1366. A , B , C és D események egy teljes eseményrendszert alkotnak. Ha $P(A)=0,2$, $P(B)=0,3$, $P(C)=0,4$, határozzuk meg a D esemény valószínűségét.

1367. Egy konténerbe tetszőlegesen raktak 20 terméket, melyből 5 szabványos. Egy munkás véletlenszerűen kiválaszt három terméket. Határozzuk meg, mekkora valószínűséggel lesz közülük legalább egy szabványos.

1368. Ha A és B két tetszőleges esemény, akkor:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Bizonyítsuk be.