

Permutációval kapcsolatos feladatok

A piros színnel jelölt feladatok NEM szerepelnek az órán kiosztott papírokon, de ezeket is érdemes megnézni.

1. Alapfeladatok

- 1.1. Öt könyv hányféle sorrendben rakható fel egy könyvespolcra? [1] 2972
- 1.2. Egy irodalmi esten 6 vers hangzik el. Hányféleképpen követhetik a versek egymást? [2] 1430
- 1.3. Anna, Bea, Csilla és Dóra együtt megy moziba. Hányféleképpen helyezkedhetnek el egymás mellett lévő négy széken? Írjuk le a lehetséges elhelyezkedéseket! [3] VI/1
- 1.4. Írjuk fel a DIÁK szó betűit minden lehetséges sorrendben. Hány értelmes magyar szó keletkezett? [3] VI/2
- 1.5. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből hány ötjegyű szám készíthető, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet? [3] VI/4
- 1.6. Nyolc ember hányféleképpen tud elhelyezkedni egy padon? [3] VI/12
- 1.7. Áginak 7 szoknyája van. Hányféle sorrendben veheti fel ezeket a hét folyamán, ha minden szoknyát csak egyszer vesz fel? [6] 5.1.03a
- 1.8. Tíz diák felkeresett egy vendéglőst, és a következő ajánlatot tették: „Mi tízen szeretnénk minden nap itt ebédelni azzal a kikötéssel, hogy az asztal mellett álló hosszú lócán mindig más ülésrendet választhassunk. Akkor fizetünk, ha már nincs más ülésrendi lehetőség.” A vendéglős belement az üzletbe. Hány év múlva kellett a diákoknak fizetniük? [6] 5.1.03f
- 1.9. Hány önmagára való bijektív leképezése van egy a. háromelemű; b. négyelemű; c. tízelemű halmaznak?

2. Permutációk megkötéssel

- 2.1. Képezzünk négyjegyű számokat az 1, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával! (Minden jegy csak egyszer szerepelhet.)
 - a. Hány négyjegyű számot kaphatunk?
 - b. Hány páros van közöttük?
 - c. Hány olyan van közöttük, amely nagyobb 4000-nél? [1] 2966
- 2.2. A 2, 3, 4, 5, 7 számjegyek egyszeri felhasználásával képezzünk ötjegyű számokat!
 - a. Hány számot képezhetünk?
 - b. Hány páros van közöttük?
 - c. Hány olyan van, amely osztható néggyel?
 - d. Ha a kapott ötjegyű számokat egymás mellé íránk, ezeket egyetlen számnak tekintve hány jegyű számot kapnánk? [1] 2973
- 2.3.
 - a. Hány ötjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyekből, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet?
 - b. Hány páratlan van közöttük?
 - c. Hány olyan van közöttük, amely osztható öttel?
 - d. Hány olyan van közöttük, amely osztható 4-gyel? [1] 2986
- 2.4. Hányféleképpen rendezhető el az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorozat úgy, hogy az első és az utolsó szám 5 és 6 legyen? [2] 1434
- 2.5. Hány olyan 1-gyel kezdődő ötjegyű számot lehet felírni az 1, 3, 5, 7, 9 számjegyek felhasználásával, amelyeknek az utolsó számjegye 5, ha a felírás során egy-egy számjegyet csak egyszer használhattunk? [3] VI/6
- 2.6. Hány ötten osztható ötjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyekből, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet? [3] VI/8

2.7. Hány 5-tel osztható hatjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számokból, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet? [3] VI/9

2.8. Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben minden számjegy csak egyszer fordul elő? (Az első számjegy nem lehet 0.) [7] 10/3

3. Permutációk rendezése

3.1. Permutáljuk az 1234 szám számjegyeit, és állítsuk az így kapott számokat nagyság szerinti sorrendbe. Hányadik ebben a sorban a 3241? [2] 1438

3.2. Permutáljuk az 12345 szám számjegyeit, és állítsuk az így kapott számokat nagyság szerinti sorrendbe. Hányadik ebben a sorban a

a. 35412; b. 42153; c. 51432 szám? [2] 1439v

3.3. Az A, K, P, U betűk egyszeri felhasználásával képezzük az összes négybetűs „szót”, és írjuk ezeket ábécé sorrendbe! Hányadik helyen szerepel ebben a „szótárban” a KAPU, illetve a KUPA szó? [1] 2974

4. Sorbaülékes feladatok

4.1. 6 lány és 5 fiú moziba megy. A jegyek egymás mellé szólnak.

a. Hányféleképpen ülhetnek le?

b. Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha lány lány mellé, fiú fiú mellé nem ülhet. [5]

3221

4.2. Hányféleképpen ülhet le a. három, b. négy, c. öt házaspár egy padra, ha mindenki a házastársa mellett akar ülni? [1] 2979

4.3. 5 házaspár foglal helyet egy padon. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két nő, sem két férfi nem ülhet egymás mellé? [5] 3257

4.4. 10 ember – jelöljük őket rendre A-, B-, C-, D-, E-, F-, G-, H-, I-, J-vel – leül egy padra. Hányféleképpen helyezkedhetnek el úgy, hogy A és B egymás mellé üljön? [4] 17.16

4.5. 10 ember – jelöljük őket rendre A-, B-, C-, D-, E-, F-, G-, H-, I-, J-vel – leül egy padra. Hányféleképpen helyezkedhetnek el úgy, hogy A B mellé, és G H mellé üljön? [4] 17.17

5. Körbeülékes feladatok

5.1. Hányféleképpen ülhet le a. három, b. négy, c. öt ember egy kerek asztal köré? (Két elhelyezést akkor tekintünk különbözőnek, ha van olyan ember, akinek legalább az egyik szomszédja különbözik a két elhelyezésben.) [1] 2977

5.2. Nyolc ember – jelöljük őket rendre A-, B-, C-, D-, E-, F-, G-, H-val – leül egy kerek asztalhoz. Hányféleképpen helyezkedhetnek el úgy, hogy

a. A és B egymás mellett üljön? [3] VI/15

b. A és B ne üljön egymás mellett?

c. A B mellett, C D mellett üljön? [4] 17.34v

5.3. 5 házaspár foglal helyet egy kör alakú asztalnál.

a. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni? [5] 3254

b. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két férfi, sem két nő nem kerülhet egymás mellé? [5] 3255

5.4. Hányféle sorrendben fűzhető fel a. 3; b. 4; c. 6 különböző gyöngy egy nyakláncra? [1] 2978v

6. Ismétléses permutáció

6.1. a. Írjuk fel a BAB szó betűit minden lehetséges sorrendben!

b. Írjuk fel a TOLL szó betűit minden lehetséges sorrendben! [1] 2990

c. Írjuk fel a BABA szó betűit minden lehetséges sorrendben! [1] 2991

6.2. Rakjunk sorba négy 1-től 4-ig megszámozott fehér, és három 5-től 7-ig megszámozott piros golyót úgy, hogy a színek sorrendje különböző legyen! Hányféleképpen tehetjük meg ezt? [2] 1441

6.3. a. A 2, 2, 3, 5 számjegyek felhasználásával hány négyjegyű szám képezhető? [1] 2993
b. Az 1, 1, 2, 3, 5 számjegyek felhasználásával hány ötjegyű szám képezhető? [1] 2994

c. A 3, 3, 5, 5 számjegyek felhasználásával hány négyjegyű szám képezhető? [1] 2995

6.4. A MATEMATIKA szó betűinek hány permutációja van? [3] VI/28

6.5. Hányféle sorrendben húzhatunk ki egy urnából 5 piros és 7 kék gyöngyöt, ha csak azokat a húzásokat tekintjük különbözőeknek, amelyekben a színek más sorrendben következnek? [4] 17.30

6.6. Egy pont egységnyi lépéseket tesz meg a számegyenesen, pozitív vagy negatív irányban. Hányféleképpen juthat el az origóból 15 lépéssel a +3 pontba? [7] 14/16

6.7. Hány olyan ötjegyű szám van, amelyben a számjegyek összege 5? [8] 124/1155

6.8. Egy dobozban 2 sárga golyó van. Hány darab piros golyót kell a dobozba tennünk, ha azt kívánjuk elérni, hogy a dobozban levő összes golyókat egymás után kihúzva, 21 különböző sorrend legyen lehetséges? [7] 14/17

6.9. Hányféleképpen lehet az alábbi táblázatból kiolvasni a MATEMATIKA szót?

M	A	T	E	M	A	T	I
A	T	E	M	A	T	I	K
T	E	M	A	T	I	K	A

7. Ismétléses permutáció megkötésekkel

7.1. Hány hétjegyű számot tudunk készíteni a 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3 számjegyekből? (Az első számjegynek nullától különbözőnek kell lennie!) [2] 1447

7.2. Az 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4 számok permutációi közül hány kezdődik

a. 33-mal? b. 212-vel? c. 1234-gyel? [2] 1448

7.3. Hány olyan tízjegyű számot írhatunk fel az 1, 2, 3, ..., 9 számjegyekből, amelyben e jegyek mindegyike előfordul? [7] 13/12

8. Ismétléses permutációk rendezése

8.1. a. Az AKTA szó betűiből hány négybetűs „szó” képezhető?

b. Rakjuk ábécé sorrendbe ezeket a szavakat! Hányadik helyen áll ebben a „szótárban” a KATA szó? [1] 3001v

8.2. Az A, A, A, E, I, K, M, M, T, T betűk permutációinak ábécé szerint rendezett sorában hanyadik helyen áll a MATEMATIKA szó? [2] 1449

9. Faktoriálisokat tartalmazó kifejezések

9.1. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket! [3] VI/77 és 78

a. $\frac{(n-2)!}{n-2}$ b. $\frac{n!}{(n-1)!}$ c. $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ d. $\frac{n}{n+1} \cdot \frac{(n+1)!}{n!}$

9.2. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket! [2] 1450 és [3] VI/76

a. $\frac{n!}{(n-2)!2!}$ b. $\frac{(n-1)!3!}{(n+1)!}$ c. $\frac{1}{(n-1)!} + \frac{1}{(n+1)!}$ d. $\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!}$

9.3. Az n elem és az $n+2$ elem permutációinak aránya 1:42. Mennyivel egyenlő n ? [2] 1451

9.4. Az $n+2$ elem permutációinak száma 20-szorosa az n elem permutációinak számánál. Mennyivel egyenlő n ? [2] 1452

9.5. Ha adott elemek számát 2-vel csökkentjük, a lehetséges permutációk száma az $1/12$ részére csökken. Mennyi volt az elemek száma eredetileg? [7] 12/10

9.6. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$\text{a. } \frac{(2x)!}{(2x-3)!} = \frac{20x!}{(x-2)!} \quad \text{b. } \frac{y}{(y-4)!} = \frac{12y}{(y-2)!} \quad [8] \text{ 1166}$$

9.7. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket:

$$\text{a. } \frac{(n-1)!}{(n-3)!} < 72 \quad \text{b. } \frac{(2x-1)!}{(2x-3)!} > 420 \quad [8] \text{ 1167}$$

Forrás:

- [1] Kosztolányi–Mike–Palánkainé–Szederkényiné–Vincze: Matematika összefoglaló feladatgyűjtemény 10–14 éveseknek, Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged, 1993
- [2] Branislava Bogetić: Zbirka zadataka iz matematike, Beograd, 1983
- [3] Bartha–Bogdán–Csúri–Duró–Gyapjasné–Kántorné–Pintérné: Matematika feladatgyűjtemény I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1996
- [4] Sain Márton (szerk.): Matematika feladatgyűjtemény III., Tankönyvkiadó, 1975
- [5] Gimes Györgyné (szerk.): Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983
- [6] Hajdú Sándor (szerk.): Matematika feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1993
- [7] Solt György: Valószínűségszámítás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973
- [8] Vene Bogoslavov: Zbirka rešenih zadataka iz matematike 4, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2003