

A permutációval kapcsolatos feladatok

MEGOLDÁSAI

A 4.m tanulóinak: Aki hibás megoldást talál, és erről engem tájékoztat e-mailben (beres@tippnet.rs), az hibánként harmad ötöst kap.

1. Alapfeladatok

- 1.1. $5! = 120$.
- 1.2. $6! = 720$.
- 1.3. $4! = 24$.
- 1.4. A 24 szóból 3 értelmes magyar szó van: DIÁK, KÁDI, KIÁD.
- 1.5. $5! = 120$.
- 1.6. $8! = 40320$.
- 1.7. $7! = 5040$.
- 1.8. $\frac{10!}{365} \approx 9941,92$ év múlva. Ha a szökőnapokat is figyelembe vesszük, akkor egy kicsivel kevesebb.
- 1.9. a. $3! = 6$; b. $4! = 24$; c. $10! = 3\,628\,800$.

2. Permutációk megkötéssel

- 2.1.a. $4! = 24$; b. $3! = 6$; c. 12.
- 2.2.a. $5! = 120$; b. $2 \cdot 4! = 48$; c. $4 \cdot 6! = 24$.
- 2.3.a. $5! - 4! = 96$; b. $2 \cdot (4! - 3!) = 36$; c. $4! = 24$; d. $4+6+4+4+6+6 = 30$.
- 2.4. $2 \cdot 4! = 48$.
- 2.5. $3! = 6$.
- 2.6. $4! = 24$.
- 2.7. $120 + 96 = 216$.
- 2.8. $9 \cdot 9! = 3\,265\,920$.

3. Permutációk rendezése

- 3.1. A 16.
- 3.2.a. 71; b. 80; 102.
- 3.3. A KAPU 7., a KUPA 12.

4. Sorbaüléses feladatok

- 4.1.a. $11! = 39\,916\,800$; b. $6! \cdot 5! = 86\,400$.
- 4.2.a. $3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 48$; b. $4! \cdot 2!^4 = 384$; c. $5! \cdot 2 = 3840$.
- 4.3. $5! \cdot 2 = 240$.
- 4.4. $9! \cdot 2 = 725\,760$.
- 4.5. $8! \cdot 2 \cdot 2 = 161\,280$.

5. Körbeüléses feladatok

- 5.1.a. 2; b. 6; c. 24.
- 5.2.a. $6! \cdot 2 = 1440$; b. $7! - 6! \cdot 2 = 3600$; c. $5! \cdot 2 \cdot 2 = 480$.
- 5.3.a. $4! \cdot 2!^5 = 768$; b. $4! \cdot 2 = 48$.
- 5.4.a. 1; b. $3! \cdot 2 = 6$; c. $5! \cdot 2 = 60$.

6. Ismétléses permutáció

6.1.a. BAB, BBA, ABB; b. TOLL, OTLL, TLOL, OLTL, LTOL, LOTL, OLLT, TLLO, LOLT, LTLO, LLOT, LLTO (összesen 12 darab van); c. AABB, ABAB, ABBA, BAAB, BABA, BBAA (összesen 6 darab van).

$$6.2. \frac{7!}{4!3!} = 35.$$

$$6.3.a. \frac{4!}{2!} = 12; b. \frac{5!}{2!} = 60; c. \frac{4!}{2!2!} = 6.$$

$$6.4. \frac{10!}{2!3!2!} = 151\,200.$$

$$6.5. \frac{12!}{5!7!} = 792.$$

$$6.6. 9 \text{ darab egységnyi jobbra lépést és } 6 \text{ darab egységnyi balra lépést kell permutálni: } \frac{15!}{9!6!} = 5\,005.$$

$$6.7. 5! + \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{2!2!} = 135.$$

$$6.8. \frac{(2+x)!}{2!x!} = 21 \Leftrightarrow x = 5.$$

$$6.9. \text{Két lefelé és } 7 \text{ jobbra lépés van: } \frac{9!}{2!7!} = 36.$$

7. Ismétléses permutáció megkötésekkel

$$7.1. \frac{7!}{4!} - \frac{6!}{3!} = 90.$$

$$7.2.a. \frac{10!}{4!3!} = 25\,200; b. \frac{8!}{2!3!3!} = 560; c. \frac{7!}{3!2!2!} = 210.$$

$$7.3. 9 \cdot \frac{10!}{2!} = 16\,329\,600.$$

8. Ismétléses permutációk rendezése

$$8.1.a. 4!2! = 12; b. \text{A } 8. \text{ helyen.}$$

$$8.2. 62722.$$

9. Faktoriálisokat tartalmazó kifejezések

$$9.1.a. (n-3)!; b. n; c. \frac{1}{n(n+1)}; d. n.$$

$$9.2.a. \frac{(n-1)n}{2}; b. \frac{6}{n(n+1)}; c. \frac{n^2+n+1}{(n+1)!}; d. \frac{n-1}{n!}.$$

$$9.3. \frac{n!}{(n+2)!} = \frac{1}{42} \Leftrightarrow n = 6.$$

$$9.4. (n+2)! = 20n \Leftrightarrow n = 3.$$

$$9.5. 4.$$

$$9.6.a. x = 3; b. y = 6.$$

$$9.7.a. n \in \{3,4,5,6,7,8,9\}; b. x \in \{n | n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 12\}.$$