

Kombinációval kapcsolatos feladatok

1. Alapfeladatok

- 1.1. Írjuk föl az a. $\{1; 2; 3\}$, b. $\{1; 2; 3; 4\}$ elemű halmaz összes részhalmazát!
[1] 3057–3058
- 1.2. a. Egy négyelemű halmaznak hány egyelemű, kételemű, háromelemű részhalmaza van?
b. Egy ötelemű halmaznak hány egyelemű, kételemű, háromelemű, négyelemű részhalmaza van?
c. Egy hatelemű halmaznak hány egyelemű, kételemű, háromelemű, négyelemű, ötelemű részhalmaza van? [1] 3056
- 1.3. Egy dobozban hat különböző tárgy van. Találomra kiveszünk a dobozból néhányat (lehet, hogy egyet sem, vagy lehet mindet is). Hány különböző eset jöhet létre?[3] VI/207

2. Szöveges feladatok

- 2.1. Egy álláshirdetésre 16-an jelentkeznek, de csak 2 főt vesznek föl. Hányféleképpen választhatják ki a 2 új alkalmazottat? [2] 1458
- 2.2. Az autóbuszokon a jegyeket olyan lyukasztókkal kezelik, melyek az ábrán látható négyzethálózathoz a. 2, b. 3, c. 4 mezőt lyukasztanak ki. Hányféle módon állíthatók be a lyukasztók a követelményeknek megfelelően? [1] 3088
- | | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
- 2.3. Picurka ország lakói olyan lottón játszanak, ahol az 1; 2; ...; 45 számok közül húznak ki kettőt (a szelvényen két számot kell megjelölni). A lakosok rájöttek, hogy ha mindenki egy szelvényt tölt ki a többiekétől különböző módon, akkor még lehet olyan számpárt kihúzni, amely egyik szelvényen sem szerepel. Legfeljebb hány lakosa lehet Picurka országnak? [1] 3065
- 2.4. Hányféleképpen tölthető ki a lottószelvény, ha 90 számból 5-öt kell kiválasztani? [3] VI/68

3. Lekezeléses és körmérkőzéses feladatok

- 3.1. a. Egy ötszemélyes, b. egy hétszemélyes társaságban mindenki mindenkivel kezét fog. Hány kézfogás történik összesen? [1] 3055, [3] VI/64
- 3.2. Egy társaságban mindenki mindenkivel kezét fogott. Hányan voltak a társaságban, ha 136 kézfogásra került sor? [3] VI/85
- 3.3. Egy IV. osztályban az érettségi előtt minden tanuló kapott egy-egy fényképet minden társától. Hányan érettségiztek az osztályban, ha összesen 992 fénykép cserélt gazdát? [3] VI/86
- 3.4. a. 8, b. 10, c. 14 röplabdacsapat egyfordulós körmérkőzést játszott. Hány mérkőzésre került sor összesen? [1] 3059
- 3.5. Néhány labdarúgócsapat egyfordulós körmérkőzést vívott egymással. Hány csapat játszott, ha összesen 28 mérkőzésre került sor? [1] 3070
- 3.6. Egy labdarúgó-bajnokságon kétfordulós körmérkőzések alapján döntik el a helyezéseket. Hány csapat szerepelt a versenyen, ha összesen 240 mérkőzést játszottak? [5] 3225

4. Geometriai feladatok

- 4.1. Egy körön kijelölünk a. 4, b. 6, c. 10 pontot. Hány egyenest és hány háromszöget határoznak meg ezek a pontok? [1] 3054
- 4.2. Néhány ponton át, amelyek úgy helyezkednek el, hogy közülük bármely három nem illeszkedik egy egyenesre, meghúzzuk a pontokat páronként összekötő egyeneseket. Hány pont van, ha 105 egyenest tudunk húzni? [3] VI/88
- 4.3. Hány egyenest határoznak meg egy szabályos a. hatszög, b. hétszög c. 17 oldalú sokszög csúcsai? [1] 3060

- 4.4. Hány átlója van a konvex húszszögnek? [3] VI/81
4.5. Legfeljebb hány metszéspontja lehet a. 3, b. 4, c. 5, d. 10 egyenesnek? [1] 3063

5. Mintavételes feladatok

- 5.1. Egy dobozban 1-től 20-ig számozott 20 darab cédula van. Hányféleképpen húzhatunk ki öt cédulát úgy, hogy ezek közül: a. egy cédulán meghatározott szám legyen, b. három cédulán meghatározott szám legyen [3] VI/159
- 5.2. Hányféleképpen választhatok ki 9 golyót 6 piros, 5 fehér és 4 kék golyóból úgy, hogy minden színből legyen legalább 3? [2] 1476
- 5.3. Egy csomag magyar kártyából kihúzzunk 10 lapot. Hány esetben lesz a kihúzott lapok között a. legalább 7 zöld, b. legfeljebb 7 zöld? [5] 3264
- 5.4. Egy csomag magyar kártyából húzzunk ki taláalomra 6 lapot. Hány esetben lesz a kihúzott lapok között 2 tízes? [5] 3239
- 5.5. Egy 32 lapos magyar kártyából taláalomra kihúzzunk 8 lapot. Hány esetben lesz a kihúzott lapok között pontosan két piros és két hetes? [5] 3238
- 5.6. Egy műhelyben egy műszak alatt elkészített 500 darab zár között 4% selejtes. Hányféleképpen lehet közülük kiválasztani 10 zárat úgy, hogy a. mind a 10 selejtes legyen, b. 5 selejtes legyen? [5] 3240
- 5.7. 500 játékkockából 40 selejtes. Az 500 játékkockából 20 darabot kivéve hány esetben lesz köztük a. legalább két selejtes, b. legfeljebb 2 selejtes? [5] 3253

6. Feladatok csoportosításra

- 6.1. Hányféleképpen helyezkedhet el 15 tanuló három darab ötszemélyes csónakban, ha egy-egy csónakon belül az elhelyezkedést figyelmen kívül hagyjuk? [3] VI/227
- 6.2. 11 tanuló három csónakot bérel: egy kétüléssel, egy négyüléssel és egy ötüléssel.
a. Hányféleképpen foglalhatnak helyet a csónakokban?
b. Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha két tanuló egy csónakba akar kerülni?
c. Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha öt tanuló szeretne egy csónakba ülni?
(A csónakon belüli elhelyezkedés közömbös.)
- 6.3. Egy osztályból 15 tanuló kirándulni megy. Az éjszakát egy turistaházban töltik, ahol három négy személyes és egy három személyes szobát kapnak.
a. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a szobákon belüli elhelyezkedést nem vesszük figyelembe?
b. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a szobákon belüli elhelyezkedést is figyelembe vesszük? [3] VI/229

7. Némi furfangot igénylő feladatok

- 7.1. Egy dobozban 15 cédula van 1-től 15-ig megszámozva. Kihúzzunk 5 cédulát visszatevés nélkül. Hány esetben lesz a kihúzott legkisebb szám nagyobb 5-nél? (A húzás sorrendje nem számít!) [3] VI/95
- 7.2. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számjegyekből hányféleképpen tudok kiválasztani hármat úgy, hogy ne legyen közöttük 3, 5 és 7, és minden számot csak egyszer választhatok. [2] 1479
- 7.3. Egy pályázatra 15 pályamű érkezett. Három pályamunkát díjaznak, egyenként 3000 dinárral. Hányféleképpen lehet a díjakat kiadni, ha a díjakat megosztani nem lehet? [3] VI/66
- 7.4. Egy pályázatra 25 pályamunka érkezett. Egy első, két második és három harmadik díjat adnak ki. (A díjakat megosztani nem lehet.) Hányféleképpen lehet a díjakat kiadni? [4] 17.91
- 7.5. Egy 32-es létszámú osztály, amelynek Nagy Pál is tagja, diákbizottságot választ. A bizottság összetétele: 1 titkár és 4 bizottsági tag. Hány olyan eset lehetséges, amikor Nagy Pál a. titkára a bizottságnak, c. nem titkárként tagja a bizottságnak? [5] 3223

7.6. Az iskolai matematikaversenyen a IV.-esek közül nyolcan, Anna, Béla, Csaba, Dóra, Éva, Ferenc, Gábor és Helga indultak. Az első három könyvjutalmat kap. (Nincs holtverseny.) Hány esetben lehet pontosan két lány a jutalmazottak között? [5] 3272

7.7. Egy úszóversenyen a 8-as döntőbe 1 angol, 1 francia, 3 német, 2 magyar és 1 orosz versenyző került. Hány esetben kerülhet magyar versenyző a dobogóra? [5] 3283

7.8. Egy pályázatra 20 pályamű érkezett, amelyek közül 9-et nők és 11-et férfiak küldtek be. Három pályamunkát díjaznak, egyenként 5000 dinárral. (A díjat megosztani nem lehet.)

a. Hány esetben lehet a díjazottak között egy nő?

b. Hány esetben lehet a díjazottak között három férfi?

7.9. Egy osztály tanulói közül 17 fiú és 18 lány. Közülük 4 fiú és 4 lány együtt megy moziba. Hányféleképpen lehetséges ez? [4] 17.87

7.10. A minden lehetséges módon kitöltött lottószelvények között hány a. kéttalálatos, b. háromtalálatos, c. négytalálatos, d. öttalálatos szelvény van? (90 számból 5-öt húznak ki.) [3] VI/244

7.11. Hány olyan hétjegyű szám van, amelynek számjegyei csökkenő sorrendben következnek egymás után, egyenlő számjegyeket nem engedve meg? [3] VI/58

7.12. Egy őrszolgálati egységből 4 ember áll őrségben. Hány főből áll az őrszolgálati egység, ha őrségre 1365-féleképpen mehetnek? [7] 19/6

7.13. Mennyi az n , ha $C_{2n}^3 : C_n^2 = 44 : 3$. [?]

8. A rekurzió gondolatát tartalmazó feladatok

8.1. Egy lépcsőn valaki úgy megy föl, hogy minden lépésben egy vagy két lépcsőfokot lép egyszerre. Határozzuk meg a lehetséges felmenetek számát, ha a lépcsőfokok száma: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. [3] VI/230

8.2. Hányféleképpen olvasható ki az alábbi táblázatokból a SZABADKA szó?

a. S Z A B A D	b. S Z A B	c. S Z A B A	d. S
Z A B A D K	Z A B A	Z A B A D	Z Z
A B A D K A	A B A D	A B A D K	A A A
	B A D K	B A D K A	B B B B
	A D K A		A A A A A
			D D D D D D
			K K K K K K K
			A A A A A A A A

8.3. Bontsuk föl tagokra a következő kifejezéseket:

a. $(a+b)^2$ b. $(a+b)^3$ c. $(a+b)^4$ d. $(a+b)^7$ e. $(a+b)^{11}$. Mi a kapcsolata ennek a feladatnak a 8.2.d. feladattal?

8.4 Bontsuk föl tagokra a következő kifejezéseket:

a. $(x+3)^4$ b. $(2+3x)^7$ c. $(2-x^2)^3$

9. Ismétléses kombináció

9.1. Válasszunk ki az 1, 2, 3, 4 elemek közül a. kettőt, b. hármat, ha az elemek ismétlődését is megengedjük. [3] VI/72–73

9.2. Egy 20 fős osztályban minden hónap végén megválasztják a hónap tanulóját. Hányféleképpen alakulhat ez, ha 7-szer történik ilyen választás?

9.3. Egy 35-ös létszámú osztályban 7 egyforma könyvet sorsolnak ki. Hány olyan eset lehetséges, amelyben az osztályba járó Tóth László pontosan egy könyvet kap, ha

a. egy tanuló csak egy könyvet kaphat,

b. egy tanuló több könyvet is kaphat? [5] 3261

9.4. Egy tisztségre 3 jelölt van, és 20-an szavaznak. Hogyan alakulhat a szavazatok száma a szavazás végén? [7] 23/16

9.5. Hány tagból áll a $(2a - 3b + 5c)^5$ kifejezés a hatványozás és az összevonás elvégzése után? [7] 23/17

9.6. Magyar kártyából egyszerre 5 lapot osztunk valakinek. Hányféleképpen változat adódhat, ha csak a színeket vesszük figyelembe? [7] 24/21

9.7. Két sakkozó valahány játszmát játszik. Ha 2-vel megnövelnénk a játszmák számát, akkor a lehetséges kimenetek (győzelem, döntetlen, vereség) száma sorrendtől eltekintve 36-tal nőne. Hány játszmát játszanak eredetileg? [7] 41/23

Forrás:

[1] Kosztolányi–Mike–Palánkainé–Szederkényiné–Vincze: Matematika összefoglaló feladatgyűjtemény 10–14 éveseknek, Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged, 1993

[2] Branislava Bogetić: Zbirka zadataka iz matematike, Beograd, 1983

[3] Bartha–Bogdán–Csúri–Duró–Gyapjasné–Kántorné–Pintérné: Matematika feladatgyűjtemény I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1996

[4] Sain Márton (szerk.): Matematika feladatgyűjtemény III., Tankönyvkiadó, 1975

[5] Gimes Györgyné (szerk.): Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983

[6] Hajdú Sándor (szerk.): Matematika feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1993

[7] Solt György: Valószínűségszámítás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973

[8] Vene Bogoslavov: Zbirka rešenih zadataka iz matematike 4, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2003