

Kombinációval kapcsolatos feladatok MEGOLDÁSAI

1. Alapfeladatok

1.1.

- a. Fel kell írni 8 darab halmazt.
- b. Fel kell írni 16 darab halmazt.

1.2.

- a. 4 egyelemű, 6 kételemű, 4 háromelemű részhalmaza van.
 - b. 5 egyelemű, 10 kételemű, 10 háromelemű, 5 négyelemű részhalmaza van.
 - c. 6 egyelemű, 15 kételemű, 20 háromelemű, 15 négyelemű, 6 ötelemű részhalmaza van.
- 1.3. 64.

2. Szöveges feladatok

2.1. $\binom{16}{2} = 120$

2.2.

a. $\binom{9}{2} = 36$

b. $\binom{9}{3} = 84$

c. $\binom{9}{4} = 126$

2.3. $\binom{45}{2} = 990$. Legfeljebb 889 lakosa van.

2.4. $\binom{90}{5} = 43949268$

3. Lekezeléses és körmérkőzéses feladatok

3.1.

a. $\binom{5}{2} = 10$

b. $\binom{7}{2} = 21$

3.2. $\binom{n}{2} = 136$. $n = 17$.

3.3. $\binom{n}{2} = \frac{992}{2}$. $n = 32$.

3.4.

a. $\binom{8}{2} = 28$

b. $\binom{10}{2} = 45$

c. $\binom{14}{2} = 91$

3.5. $\binom{n}{2} = 28$. $n = 8$.

3.6. $2 \cdot \binom{n}{2} = 240$. $n = 16$.

4. Geometriai feladatok

4.1.

a. $\binom{4}{2} = 6$ egyenest, $\binom{4}{3} = 4$ háromszöget.

b. $\binom{6}{2} = 15$ egyenest, $\binom{6}{3} = 20$ háromszöget.

c. $\binom{10}{2} = 45$ egyenest, $\binom{10}{3} = 120$ háromszöget.

4.2. $\binom{n}{2} = 105$. $n = 15$.

4.3.

a. $\binom{6}{2} = 15$

b. $\binom{7}{2} = 21$

c. $\binom{17}{2} = 136$

4.4. $\binom{20}{2} - 20 = 170$

4.5.

a. $\binom{3}{2} = 3$

b. $\binom{4}{2} = 6$

c. $\binom{5}{2} = 10$

d. $\binom{10}{2} = 45$

5. Mintavételes feladatok

5.1.

a. $\binom{19}{4} = 3876$

b. $\binom{17}{2} = 136$

$$5.2. \binom{6}{3} \binom{5}{3} \binom{4}{3} = 800$$

5.3.

$$a. \binom{8}{7} \binom{24}{3} + \binom{8}{8} \binom{24}{2} = 16468$$

$$b. \binom{32}{10} - \binom{8}{8} \binom{24}{2}$$

$$5.4. \binom{4}{2} \binom{28}{4} = 122850$$

$$5.5. \binom{7}{2} \binom{3}{2} \binom{21}{4} + \binom{7}{1} \binom{3}{1} \binom{1}{1} \binom{21}{5} = 804384$$

5.6.

$$a. \binom{20}{10} = 184756$$

$$b. \binom{20}{5} \binom{480}{5}$$

5.7.

$$a. \binom{500}{20} - \binom{460}{20} - \binom{460}{19} \binom{40}{1}$$

$$b. \binom{460}{20} + \binom{460}{19} \binom{40}{1} + \binom{460}{18} \binom{40}{2}$$

6. Feladatok csoportosításra

$$6.1. \binom{15}{5} \binom{10}{5} = 756756. \text{ (Ebben a megoldásban a csónakokat megkülönböztethetőnek vettük.)}$$

6.2.

$$a. \binom{11}{2} \binom{9}{4} = 6930$$

$$b. \binom{9}{4} + \binom{9}{2} \binom{7}{2} + \binom{9}{2} \binom{7}{4} = 2142$$

$$c. \binom{6}{2} = 15$$

6.3. (Az alábbi megoldásokban a háromágyas szobákat megkülönböztethetőnek vettük.)

$$a. \binom{15}{4} \binom{11}{4} \binom{7}{4}$$

$$b. \binom{15}{4} \cdot 4! \binom{11}{4} \cdot 4! \binom{7}{4} \cdot 4! 3!$$

7. Némi furfangot igénylő feladatok

$$7.1. \binom{10}{5} = 252$$

$$7.2. \binom{5}{3} = 10$$

$$7.3. \binom{15}{3} = 455$$

$$7.4. \binom{25}{1} \binom{24}{2} \binom{22}{3} = 10626000$$

7.5.

$$a. \binom{31}{4} = 31465$$

$$b. \binom{32}{1} \binom{30}{3} = 125860$$

$$7.6. \binom{4}{2} \binom{4}{1} = 24$$

$$7.7. \binom{2}{1} \binom{6}{2} + \binom{6}{1} = 36$$

7.8.

$$a. \binom{9}{1} \binom{11}{2} = 495$$

$$b. \binom{11}{3} = 165$$

$$7.9. \binom{17}{4} \binom{18}{4} = 7282800$$

7.10.

$$a. \binom{5}{2} \binom{85}{3} = 987700$$

$$b. \binom{5}{3} \binom{85}{2} = 35700$$

$$c. \binom{5}{4} \binom{85}{1} = 425$$

d. 1

$$7.11. \binom{10}{7} = 120$$

$$7.12. \binom{n}{4} = 1365. \quad n = 15.$$

7.13. $n = 6$

8. A rekurzió gondolatát tartalmazó feladatok

8.1. 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89.

8.2.

$$a. \binom{7}{2} = 21$$

b. $\binom{7}{3} = 35$

c. $\binom{7}{4} = 35$

d. $2^7 = 128$

8.3. Alkalmazzuk a binomiális képletet!

8.4. Alkalmazzuk a binomiális képletet!

9. Ismétléses kombináció

9.1.

a. $\binom{4+2-1}{2} = 10$

b. $\binom{4+3-1}{3} = 20$

9.2. $\binom{20+7-1}{7} = 657800$

9.3.

a. $\binom{34}{6}$

b. $\binom{34+7-1}{6}$

9.4. $\binom{3+20-1}{20} = 231$

9.5. $\binom{3+5-1}{5} = 21$

9.6. $\binom{4+5-1}{5} = 56$

9.7. $\overline{C}_3^{k+1} - \overline{C}_3^k = 36. \quad k = 7.$